

GOOL

בשביל התירגול

קורסים ברשת שבאמת עובדים!



בואו לגלות את
סודות ההצלחה בלימודים

תוכן עניינים

3	פרק 1 – מיומנויות אלגבריות.....
6	פרק 2 – משוואה ממעלה ראשונה ופתרון מערכת משוואות.....
12	פרק 3 – משוואות הישר.....
15	פרק 4 – משוואות ממעלה שנייה ופרבולות.....
22	פרק 5 – גבולות.....
22	חישוב גבול של פונקציה בשיטת ההצבה.....
22	חישוב גבול של פונקציה בשיטת הצמצום.....
23	חישוב גבול של פונקציה השואפת לאינסוף.....
24	x שואף לאינסוף.....
24	כלל לופיטל.....
26	חישוב גבול של פונקציה לפי הגדרה.....
27	שאלות ממבחנים.....
29	פרק 6 – הגדרת הנגזרת.....
30	פרק 7 – נגזרות מידיות מכל הסוגים.....
30	כללי הגזירה.....
32	נגזרת של פונקציה רציונלית.....
33	נגזרת הפונקציה המעריכית.....
34	נגזרת של פונקציה לוגריתמית.....
36	פרק 8 – שימושי הנגזרת – משיק.....
38	פרק 9 – בעיות מילוליות – אחוזים.....
43	פרק 10 – חקירת פונקציה.....
43	שלבי חקירת פונקציה.....
43	חקירת פולינום.....
44	חקירת פונקציה רציונלית.....
46	חקירת פונקציה מעריכית.....
48	חקירת פונקציה לוגריתמית.....
50	חקירת פונקציה עם שורשים.....
52	קיצון מוחלט.....
53	פרק 11 – בעיות מינימום מקסימום כלכליות.....

פרק 1 – מיומנויות אלגבריות

$$(x-3)^2 + 3x^2b \quad x=5, b=-1 \quad .2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 \quad a=3, b=-5 \quad .1$$

$$-x^3 - 2xy + y^4 \quad x=-2, y=-1 \quad .3$$

בסרטון זה הסבר על כינוס איברים דומים

כנס איברים דומים:

$$a^5 + a^5 \quad .5$$

$$5x + 3x - 12x \quad .4$$

$$1 + b^2 - 2b - 3 - 2b^2 \quad .7$$

$$7m + 11 - 9m - 2 \quad .6$$

$$x^2y - xy + 3y^2x + 9xy - 5xy^2 \quad .9$$

$$4ab - 3a^2b + 3b^2a - 5ab \quad .8$$

$$10m^2n - \{3mn^2 - [m^2n - 2m]5\} \quad .10$$

כנס איברים דומים:

$$5a^2b - 8ab^2 + 20a^2b - 14ab^2 \quad .12$$

$$8a^2 + 10a - 5a^2 - 11a + a^2 \quad .11$$

בסרטון זה הסבר על פתיחת סוגריים

פשט את הביטויים הבאים ע"י פתיחת סוגריים:

$$x(x+5) \quad .14$$

$$2(x+4) \quad .13$$

$$-2(b-2x) \quad .16$$

$$7(a-3) \quad .15$$

$$\frac{2}{3}(6x-3y) \quad .18$$

$$x(x^2 + 3x - 2) \quad .17$$

$$(3x+2y)5 \quad .20$$

$$-(5y-7) \quad .19$$

$$x+5(2x-1) \quad .22$$

$$-3x(2x-y) \quad .21$$

$$(x+3)(5-x) \quad .24$$

$$(x+4)(x+5) \quad .23$$

$$(2x-5)(2x+5) \quad .26$$

$$3(x-1)(x-3) \quad .25$$

$$a(a-2b+c) \quad .28$$

$$4(3x-2)-(2x-1)(3x+5) \quad .27$$

בסרטון זה הסבר על נוסחת הכפל המקוצר $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a+3)^2 \quad .30$$

$$(x+2)^2 \quad .29$$

$$\left(c + \frac{1}{4}\right)^2 \quad .32$$

$$(b+1)^2 \quad .31$$

$$(5y+4t)^2 \quad .34$$

$$(2m+5)^2 \quad .33$$

$$(x^2y+11)^2 \quad .35$$

בסרטון זה הסבר על נוסחאות הכפל מקוצר: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

פשט את הביטויים הבאים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר:

$$(5-x)^2 \quad .37$$

$$(x-4)^2 \quad .36$$

$$(2m-4c)^2 \quad .39$$

$$(4x-2)^2 \quad .38$$

$$(9-x)(9+x) \quad .41$$

$$(x-7)(x+7) \quad .40$$

$$(3x-4)(3x+4) \quad .42$$

בסרטון זה הסבר על פירוק לגורמים

פשט את הביטויים הבאים ע"י הוצאת גורם משותף:

$$3x-6 \quad .44$$

$$2x-4 \quad .43$$

$$64+8a \quad .46$$

$$80-4x \quad .45$$

$$x^2+3x \quad .47$$

פתרונות:

- .1 .4 .2 .-71 .3 .5 .4 .4 .5 .4 .5 .3 .-71 .2 .4 .1
.9 .-2m+9 .10 .11 .-b²-2b-2 .12 .-a .b² .3d .13 .14 .15m²n-3mn²-10m .16
.17 .x³+3x² .18 .4x-2y .19 .-5y+7 .20 .15x+10y .21 .-6x²+3xy .22
.1 .k- .23 .x²+9x+2 .24 .-x²+2x+1 .25 .3x²-12x+8
.26 .4x²-2 .27 .-6x²+5x- .28 .a²-2a .b .29 .x²-8x+1 .30
.2 .5-10x+x² .31 .16x²-16x+6 .32 .x²+4x+4 .33 .a²+6a+9 .34
.b²+2b+1 .35 .c²+ $\frac{c}{2}$ + $\frac{1}{16}$.36 .4m²+20m+25 .37 .25y²+40yt+16t² .38
.39 .x⁴y²+22x²y+121 .40 .x²-49 .41 .81-x² .42
.9x²-16 .43 .2(x-2) .44 .3(x-2) .45 .4(20-x) .46 .8(8+a)
.47 .x(x+3)

פרק 2 – משוואה ממעלה ראשונה ופתרון מערכת משוואות

משוואות:

1. בסרטון זה מוסבר המושג משוואה ופתרון משוואה.

פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} x+5=9 & .1 \\ x-7=10 & .2 \\ 4x=20 & .3 \\ \frac{x}{5}=3 & .4 \end{array}$$

2. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} 6x+2=8 & .א. \\ 7-2x=7 & .ב. \\ 2x+x=24 & .ג. \\ 2-5x+7=-3x+8 & .ד. \end{array}$$

3. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} 3(x-1)-4=2 & .א. \\ 7x-4(3-4x)=-x & .ב. \\ 6(4-x)-(6-x)=3x & .ג. \\ 5x-(3x-7)4=21 & .ד. \\ x(x-5)=x^2-7x+8 & .ה. \\ (7-x)(1-x)-(x-3)^2=0 & .ו. \end{array}$$

4. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \frac{x}{3}-\frac{x}{9}=-4 & .א. \\ -\frac{4x}{15}-\frac{3x}{10}=1 & .ב. \\ \frac{2}{3}x+\frac{4}{5}x=x-\frac{7}{15} & .ג. \\ \frac{5x+1}{6}-\frac{6x-1}{5}=\frac{3x+1}{4}-1 & .ד. \end{array}$$

$$5\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{7}\right) - x = 1 \quad .\text{א} \quad \frac{2}{5}(x-3) - \frac{3}{15}(4-x) = x+2 \quad .\text{ב}$$

5. פתור את המשוואות הבאות:

$$\frac{1}{2} - \frac{x}{x-1} = 0 \quad \text{ב.} \qquad \frac{1}{4} - \frac{2}{x} = 0 \quad \text{א.}$$

$$\frac{5}{2x-1} = \frac{4}{3x+2} \quad \text{ד.} \qquad \frac{3}{x} = \frac{1}{x+2} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{x+5}{3x^2} - \frac{1}{6x} = \frac{1}{x} \quad \text{ה.}$$

פתור את המשוואות הבאות:

$$3x - 7 + 5x = 8 + 4x - 3 + 6 - 2x \quad \text{7.} \qquad 10x + 13 = x + 19 \quad \text{6.}$$

$$8x - 32 = 3(x - 4) \quad \text{9.} \qquad 7(x + 2) - 51 = -9 \quad \text{8.}$$

$$9(x + 6) - 30 = (x + 8)5 - (x - 4)6 \quad \text{11.} \qquad 10\left(\frac{x}{2} - 6\right) - 3(x - 8) = -4(x + 3) \quad \text{10.}$$

$$x^2 - 15 = x(x + 3) \quad \text{13.} \qquad 10(15 - x) - (2x - 10) = -8 \quad \text{12.}$$

$$(4x - 1)(16x - 1) - (8x + 1)^2 = 36 \quad \text{15.} \qquad (x + 4)^2 - x(x - 4) = 0 \quad \text{14.}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{3x}{4} - 3 = \frac{5x}{6} \quad \text{17.} \qquad (2x + 4)(x - 3) = (x + 12)(2x - 1) \quad \text{16.}$$

$$\frac{1}{4}(x - 2) - \frac{x}{2} = \frac{1}{5}(2x - 10) - (x - 5) \quad \text{19.} \qquad \frac{1 - 2x}{3} + \frac{x + 10}{6} - 2x + \frac{7x + 4}{15} = 0 \quad \text{18.}$$

$$5\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{6}\right) - 3\left(\frac{x}{8} - \frac{x}{2}\right) - 77 = 0 \quad \text{21.} \qquad 2 - \frac{2x - 1}{3} = 7 - 2x - \frac{1 - 3x}{7} \quad \text{20.}$$

$$\frac{2(3x + 2)}{5} - \frac{2}{3}(4x - 1) = \frac{5(5x + 7)}{6} - (9x + 1) \quad \text{22.}$$

$$\frac{3}{8x} - \frac{7}{4x} = \frac{1}{2} - 1\frac{3}{16} \quad .24$$

$$2 - \frac{1}{3x} = \frac{2}{x} - \frac{1}{3} \quad .23$$

$$\frac{5}{4x-2} = \frac{15}{7x+9} \quad .26$$

$$\frac{6}{5-x} + 2 = 0 \quad .25$$

27. בסרטון זה מוסבר כיצד פותרים משוואות בשני נעלמים ממעלה ראשונה.

פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 5x + 3y = 23 \end{cases} \quad .2 \qquad \begin{cases} x + 3y = 5 \\ x - 3y = 3 \end{cases} \quad .1$$

$$\begin{cases} 5x + 4y = 14 \\ 8x + 5y = 0 \end{cases} \quad .4 \qquad \begin{cases} 2x + 5y = -8 \\ 3x + y = 14 \end{cases} \quad .3$$

28. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} -3x + 2y = -16 \\ x = 5y + 14 \end{cases} \quad .ב \qquad \begin{cases} 3x + y = 11 \\ y = 5 \end{cases} \quad .א$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + 7y = 11 \end{cases} \quad .ד \qquad \begin{cases} 5x - 2y = -2 \\ x + 4y = 4 \end{cases} \quad .ג$$

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = 2x + 4 \end{cases} \quad .ה$$

29. פתור את המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{8} - \frac{x+y}{16} = \frac{y-1}{4} \\ 3(2x-y) - 4x - 11 = 0 \end{cases} \quad .ב \qquad \begin{cases} 3y - x + 2 = 4x + 2 - 3y \\ 2x - 3 - y = 5y - 4x + 3 \end{cases} \quad .א$$

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{4} - \frac{2}{5}(x-y) = \frac{3}{10}(x+3) \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \quad .ג$$

פתרונות:

- (1) א. $x=4$ ב. $x=17$ ג. $x=5$ ד. $x=15$ ה. $x=1$ ו. $x=0$
- ג. $x=8$ ד. $x=\frac{1}{2}$ ה. $x=3$ ו. $x=\frac{1}{2}$ ז. $x=2\frac{1}{4}$ ח. $x=1$
- ה. $x=4$ ו. $x=-1$ ז. $x=-18$ ח. $x=-30$ ט. $x=-1$ י. $x=4$
- ה. $x=-10$ ו. $x=-21$ ז. $x=8$ ח. $x=-1$ ט. $x=-3$ י. $x=-2$
- ה. $x=2$ (6) $x=\frac{2}{3}$ (7) $x=3$ (8) $x=4$ (9) $x=4$ (10) $x=4$
- (11) $x=4$ (12) $x=1$ (13) $x=-5$ (14) $x=-1\frac{1}{3}$ (15) $x=-1$ (16) $x=0$
- (17) $x=12$ (18) $x=1\frac{7}{61}$ (19) $x=10$ (20) $x=5$ (21) $x=24$ (22) $x=1$
- (23) $x=1$ (24) $x=2$ (25) $x=8$ (26) $x=3$ (27) $\left(4, \frac{1}{3}\right)$.1 (28) $x=3$ (29) $\left(-\frac{4}{5}, 9\right)$.2 $\left(4, \frac{1}{3}\right)$
- ג. $(6, -4)$ ד. $(-10, 16)$ ה. $(2, 5)$ ו. $(4, -2)$ ז. $(0, 1)$ ח. $(-2, 3)$
- ה. $(-7, -10)$ (29) א. $(6, 5)$ ב. $(7, 1)$ ג. $(7, 2)$

פרק 3 – משוואות הישר

1. **בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים משוואה של ישר.**
 - א. מצא משוואת ישר ששיפועו 2 ועובר דרך הנקודה (3,4).
 - ב. מצא משוואת ישר ששיפועו -3 ועובר דרך הנקודה (0,-1).
 - ג. מצא משוואת ישר ששיפועו הוא 0 והוא עובר בנקודה (-2,5).
2. **בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים משוואת ישר בעזרת שתי נקודות.**
 - א. מצא את הישר העובר דרך הנקודות: (4,1) ו- (6,5).
 - ב. מצא משוואת ישר, העובר דרך הנקודות (-7,-9) ו- (-5,1).
 - ג. מצא משוואת ישר, העובר דרך הנקודות (2,4) ו- (3,4).
 - ד. מצא משוואת ישר, העובר דרך הנקודות (2,7) ו- (2,-1).
3. מצא את משוואת הישר ששיפועו 3 ועובר דרך הנקודה (2,8).
4. מצא משוואת הישר ששיפועו $-\frac{1}{2}$ ועובר דרך הנקודה (0,-7).
5. מצא משוואת הישר ששיפועו 0 ועובר דרך הנקודה (-1,-3).
6. מצא משוואת הישר ששיפועו $-\frac{5}{8}$ ועובר דרך הנקודה (-8,2).
7. מצא משוואת הישר ששיפועו 1 ועובר דרך ראשית הצירים.
8. מצא משוואת הישר העובר דרך הנקודות (3,6) ו- (1,8).
9. מצא משוואת הישר העובר דרך הנקודות (-4,-6) ו- (0,6).
10. מצא משוואת הישר העובר דרך הנקודות (4,2) ו- (-2,3).
11. מצא משוואת הישר העובר דרך הנקודות (7,-2) ו- (4,-2).
12. מצא משוואת הישר העובר דרך הנקודות (3,9) ו- (3,5).
13. **בסרטון זה מוסבר כיצד לבדוק האם שני ישרים מקבילים.**
 - א. האם הישר העובר דרך הנקודות (1,-5) ו- (3,7) מקביל לישר העובר דרך הנקודות (-1,-2) ו- (0,4) ?

- ב. האם הישר $2y - 6x + 4 = 0$ מקביל לישר $y = 3x$?
- ג. האם הישר העובר דרך הנקודות: $(1, -5)$ ו- $(4, -3)$ מקביל לישר $3y - 2x = 9$?
- 14.
- א. מצא משוואת ישר המקביל לישר $y = 3x - 5$ ועובר דרך הנקודה $(1, 0)$
- ב. מצא משוואת ישר העובר דרך ראשית הצירים ומקביל לישר $4y - 7x + 18 = 0$.
- ג. מצא משוואת ישר העובר דרך הנקודה $(-1, -2)$ ומקביל לישר העובר דרך הנקודות $(4, 11)$ ו- $(1, 2)$.
15. מצא משוואת הישר המקביל לישר $y = -4x + 9$ ועובר דרך הנקודה $(-5, 7)$.
16. מצא משוואת הישר המקביל לישר $y - 7x + 12 = 0$ ועובר דרך הנקודה $(-2, -3)$.
17. מצא משוואת הישר המקביל לישר $5y - 4x + 9 = 0$ ועובר דרך ראשית הצירים.
18. מצא משוואת הישר המקביל לישר $y = 5$ ועובר דרך הנקודה $(-1, 7)$.
19. מצא משוואת ישר החותך את ציר ה- y בנקודה $(0, -3)$ ואינו חותך את ציר ה- x .
20. מצא משוואת ישר החותך את ציר ה- x בנקודה $x = 3$ ומקביל לישר העובר דרך הנקודות $(0, 1)$ ו- $(-3, 4)$.

פתרונות:

(1) א. $y = 2x - 2$ ב. $y = -3x - 1$ ג. $y = 5$ (2) א. $y = 2x - 7$ ב. $y = 5x + 26$

ג. $y = 4$ ד. $x = 2$ (3) $y = 3x + 2$ (4) $y = -\frac{1}{2}x - 7$ (5) $y = -3$

(6) $y = -\frac{5}{8}x - 3$ (7) $y = x$ (8) $y = -x + 9$ (9) $y = 3x + 6$

(10) $y = -\frac{1}{6}x + 2\frac{2}{3}$ (11) $y = -2$ (12) $x = 3$ (13) א. כן ב. כן ג. כן

(14) א. $y = 3x - 3$ ב. $y = 1\frac{3}{4}x$ ג. $y = 3x + 1$ (15) $y = -4x - 13$

(16) $y = 7x + 11$ (17) $y = \frac{4}{5}x$ (18) $y = 7$ (19) $y = -3$ (20) $y = -x + 3$

פרק 4 – משוואות ממעלה שנייה ופרבולות

1. בסרטון זה מוסבר מהי משוואה ריבועית וכיצד פותרים אותה.

פתור את המשוואות הבאות:

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \quad .1 \quad -x^2 + 10x - 16 = 0 \quad .2$$

$$25x^2 - 20x + 4 = 0 \quad .3 \quad 2x^2 - 6x + 5 = 0 \quad .4$$

• פתור את המשוואות הבאות:

$$4x^2 - 9x - 9 = 0 \quad .2 \quad -2x^2 + 6x - 5 = 0 \quad .3 \quad 8x^2 - 24x + 18 = 0 \quad .4$$

$$x^2 - 13x - 30 = 0 \quad .5 \quad -5x^2 - 2x + 24 = 0 \quad .6 \quad 4x^2 = 9 \quad .7$$

$$8x^2 - 50 = 0 \quad .8 \quad x^2 - 3 = 0 \quad .9 \quad 3x^2 - 18 = 0 \quad .10$$

$$x^2 + 8 = 0 \quad .11 \quad x^2 - 5x = 0 \quad .12 \quad -5x^2 + 55x = 0 \quad .13$$

$$x^2 + 9x = 0 \quad .14 \quad 3x^2 + 12 = 0 \quad .15 \quad 4x^2 - 5x = 0 \quad .16$$

$$2x^2 + 4x - x^2 = -10 - 2x - 2x - 6 \quad .17$$

$$(x - 6)(x + 3) = 4(1 - 3x) \quad .18$$

$$(1 - 4x)^2 + 3 - (3x + 2)^2 = x \quad .19$$

$$1 - 3(x - 2)(x + 1) = (8 - x)(2x - 1) \quad .20$$

$$(6 - 4x)^2 - (2x - 1)(2x + 1) = (3 - 2x)^2 \quad .21$$

$$\frac{x+1}{3} - \frac{2}{x+6} = 0 \quad .23$$

$$\frac{x}{8} - \frac{8}{x} = 0 \quad .22$$

$$\frac{1}{x-5} - \frac{5}{3x+15} = \frac{8}{x^2-25} \quad .25$$

$$\frac{6}{x+1} - 1 = \frac{2}{x} \quad .24$$

$$\frac{x+12}{2x(x-2)} - \frac{6}{x+2} = \frac{6}{x^2-4} - \frac{2}{x} \quad .26$$

$$\frac{1}{2x-4} + \frac{3}{2x^2-8} = \frac{3}{x-2} - \frac{11}{x+2} \quad .27$$

$$\frac{8x^2-18}{2x+3} = 20 \quad .29$$

$$\frac{3}{2x+2} + \frac{4}{x^2-1} = \frac{2x-5}{2(x-1)^2} \quad .28$$

$$\frac{x^2-25}{x+5} - x^2 + x = -40 \quad .31$$

$$\frac{4x^2-24x+36}{x-3} = 12 \quad .30$$

32. פתור את המשוואות הבאות:
הערה: לא נדרשת פתירה באמצעות הנוסחה להפרש ריבועים.

$$x^3 - x = 0 \quad .ב$$

$$x^3 - 3x^2 = 0 \quad .א$$

$$x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \quad .ד$$

$$x^4 - 16x^2 = 0 \quad .ג$$

$$x^3 - 6x^2 + 8x = 0 \quad .ו$$

$$2x^3 = 18x^2 - 28x \quad .ה$$

33. בסרטון זה מוסבר מהי פרבולה וכיצד משרטטים אותה.

34. בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודת חיתוך של פרבולה עם ציר ה- x ועם ציר ה- y .

35. בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודות חיתוך של פרבולה וישר.

א. מצא את נקודת החיתוך בין הפרבולה $y = -x^2 + 4x + 3$ והישר $y = x - 1$.

ב. מצא את נקודת החיתוך בין הפרבולה $y = x^2 - 2x + 3$ והישר $y = 2x - 1$.

36. בסרטון זה מוסבר כיצד מוצאים נקודות חיתוך בין שתי פרבולות.

א. מצא את נקודות החיתוך בין הפרבולות: $y = x^2 + 4$, $y = 2x^2 - 3x$.

ב. מצא את נקודות החיתוך בין הפרבולות: $y = x^2 - 4x + 7$, $y = x^2 + x - 3$.

37. שרטט את הגרפים של הפרבולות הבאות:

1) $y = x^2 - 4x + 5$

2) $y = (x+1)(x-4)$

38. שרטט את הגרפים של הפרבולות הבאות:

1) $y = -2 - x^2$

2) $y = -x^2$

39.

א. נתונה הפונקציה: $y = x^2 + 2x - 3$.

1. איזה סוג פרבולה מייצגת הפונקציה שלפניך?
2. מצא את שיעורי הקדקוד של הפרבולה.
3. מצא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הצירים.
4. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
5. מהו הערך המינימלי של הפונקציה ובאיזה נקודה מתקבל ערך זה?

ב. נתונה הפונקציה: $y = -2x^2 - 4x - 7$.

1. מצא את קדקוד הפרבולה ונקודות החיתוך עם הצירים.
2. שרטט סקיצה של גרף הפרבולה.
3. מהו הערך המכסימלי של הפונקציה?

40.

א. נתונה הפונקציה $y = x^2$.

1. מצא את קדקוד הפרבולה.
2. מצא נקודת חיתוך של הפרבולה עם הצירים.
3. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
4. מהו הערך המינימלי של הפונקציה? באיזה נקודה מתקבל הערך המינימלי?

ב. נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 4x - 6$.

1. מצא את קדקוד הפרבולה.
2. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- x ?
3. מהו הערך המכסימלי של הפונקציה?
4. מצא את נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y . דרך נקודה זו העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הפרבולה בנקודה נוספת. מצא את הנקודה הנוספת.

41. בסרטון זה מוסברים המושגים תחומי עלייה ותחומי ירידה של פרבולה

ומסבר כיצד לחשב אותם.

א. נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 6x - 10$.

1. מצא את קדקוד הפרבולה.

2. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה ועבור אילו ערכי x הפונקציה יורדת?

ב. נתונה הפונקציה: $y = 3x^2 - 2x - 7$.

1. מצא את קדקוד הפרבולה.
2. מצא את תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה.

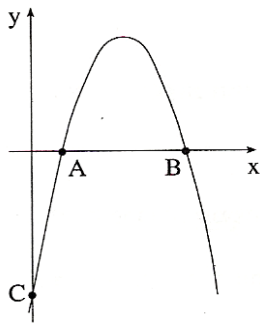
42.

א. נתונה הפונקציה: $y = (x - 3)^2$

1. מצא את קדקוד הפרבולה.
2. שרטט סקיצה של הפרבולה.
3. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
4. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה?
5. רשום שני ערכים של x שבהם הפונקציה יורדת.

ב. נתונה הפונקציה: $y = (x + 4)(6 - x)$

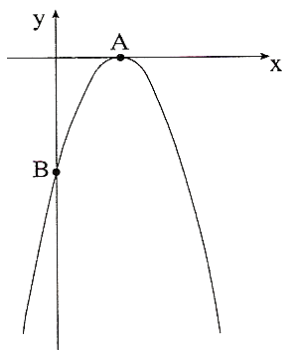
1. מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה.
2. מצא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים.
3. מהו הערך המכסימלי של הפונקציה? (היעזר בשרטוט סקיצה של גרף הפונקציה).
4. רשום עבור אילו ערכי x הפונקציה יורדת.
5. רשום שני ערכי x עבורם הפונקציה עולה..



43. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $y = -x^2 + 6x - 5$

- א. חשבו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ב. חשבו את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה- y .
- ג. מהו המרחק בין הנקודה C (ראו סרטוט) לראשית הצירים?
- ד. מצאו את המרחק בין הנקודה A לנקודה B (ראו סרטוט).
- ה. מצאו את המרחק בין הנקודה A לראשית הצירים.

44. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $y = -x^2 + 4x - 4$



- א. מצאו את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
- ב. מצאו את מרחק הנקודה A (ראו סרטוט) מראשית הצירים.
- ג. מצאו את מרחק הנקודה B (ראו סרטוט) מראשית הצירים.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.

45. נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + x + 6$.

- א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ב. מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- ג. מצאו את המרחק בין נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .
- ד. מצאו את תחום הירידה של הפרבולה.

46. נתונה הפונקציה: $y = x^2 + 6x + 9$.

- א. מצאו את הנקודה המשותפת לגרף הפונקציה ולציר ה- x .
- ב. מצאו את הנקודה המשותפת לגרף הפונקציה ולציר ה- y .
- ג. מהו המרחק בין הנקודה המשותפת לגרף הפונקציה ולציר ה- y לבין ראשית הצירים?

47. נתונה פרבולה שנקודת המינימום שלה היא $(2, 3)$.

כמה נקודות חיתוך יש לפרבולה זו עם ציר ה- x ? וכמה עם ציר ה- y ? נמק.

48. נתונות הפונקציות $y = x + 1$ ו- $y = 2x^2 - x - 3$.

מצא את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות, ואת משוואת הישר העובר דרכן.

49. נתונה הפרבולה $y = x^2 - 4x + 5$.

מצא את משוואת המשיק לפרבולה העובר בנקודה.

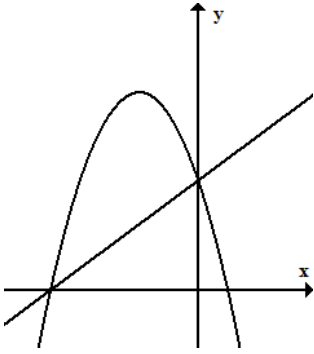
50. נתונות הפונקציות $y = x^2 - 4x + 5$ ו- $y + x^2 = 6x + 5$.

- א. מצאו את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות, וסמנו אותן ב- A ו- B .
- ב. מצאו את משוואת הישר AB .
- ג. שרטטו את שתי הפונקציות במערכת צירים אחת (צינו נק' חיתוך עם הצירים ונק' קיצון).

51. נתונה הפרבולה $y = x^2 - 6x - 7$. הפרבולה חותכת את ציר ה- x בנקודות A ו- B .

קרובה יותר לראשית הצירים), ואת ציר ה- y בנקודה C . קודקוד הפרבולה הוא בנקודה D .

- א. מצא את הנקודות המצוינות מעלה ושרטט סקיצה של הפרבולה.
- ב. בנקודה בה הפרבולה חותכת את ציר ה- y (נקודה C), העבירו ישר המקביל לציר ה- x . מצא משוואת ישר זה.
- ג. הישר שקיבלת בסעיף ב' חותך את הפרבולה בנקודה נוספת E . מצא את הנקודה.



.52

א. מהי ההצגה האלגברית המתאימה ביותר לפרבולה שבשרטוט?

$$y = -x^2 - 4x + 5 \quad y = 2x^2 - 6x - 3$$

$$y = x^2 - 5x + 6 \quad y = -2x^2 - 6x - 4$$

נמק במילים או ע"י חישוב מדוע פסלת את האפשרויות האחרות.

ב. מהי ההצגה האלגברית המתאימה ביותר לישר שבשרטוט?

$$y = 5x - 1 \quad y = -x + 5$$

$$y = 5x - 5 \quad y = x + 5 \quad y = -5x + 1$$

נמק במילים או ע"י חישוב מדוע פסלת את האפשרויות האחרות.

ג. מצא את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות שבחרת בסעיפים א' ו-ב'.

.53 נתונות הפונקציות $y = x + 1$ ו- $y = 2x^2 - x - 3$.

מצא את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות, ואת משוואת הישר העובר דרכן.

פתרונות:

- (1) 1. $x_1 = 2, x_2 = -5$ 2. $x_1 = 2, x_2 = 8$ 3. $x_1 = x_2 = \frac{2}{5}$ 4. אין פתרון.
- (2) 3. אין פתרון. 4. $x = 1$ 5. $x_1 = 15, x_2 = -2$ 6. $x_1 = 3, x_2 = -\frac{3}{4}$
- (6) 7. $x = \pm 1.5$ 8. $x = \pm 2.5$ 9. $x = \pm\sqrt{3}$ 10. $x = \pm\sqrt{6}$ 11. אין פתרון. 12. $x_1 = 0, x_2 = 5$ 13. $x_1 = 0, x_2 = 11$
- (14) 15. $x_1 = 0, x_2 = -4$ 16. $x_1 = 0, x_2 = 1.25$ 17. $x = -4$ 18. $x_1 = 2, x_2 = -11$ 19. $x_1 = 0, x_2 = 3$ 20. $x_1 = 1, x_2 = -15$
- (21) 22. $x_1 = 3.5, x_2 = 1$ 23. $x = \pm 8$ 24. $x_1 = 0, x_2 = -7$ 25. $x = 8$ 26. $x_1 = 4, x_2 = -\frac{2}{7}$ 27. $x = 3$ 28. $x_1 = 0, x_2 = -5$ 29. $x = 6.5$
- (30) 31. $x = 6$ 32. א. $x_1 = 0, x_2 = 3$ ב. $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1$ ג. $x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = -4$ ד. $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = -2$ ה. $x_1 = 0, x_2 = 2$
33. $x_3 = 7$ ו. $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 4$ ז. $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 4$ ח. אין נקודת חיתוך. 34. א. $(4, 20), (-1, 5)$ ב. $(2, 3)$ 35. א. $(-1, -2), (4, 3)$ ב. אין נקודת חיתוך.
36. א. $(-1, -4)$ ב. $(4, 20), (-1, 5)$ 37. א. $(-1, -4)$ ב. פרבולה ישרה. 38. א. $(2, 3)$ ב. $(-1, -5)$ 39. א. $(2, 3)$ ב. $(-1, -5)$ 40. א. $(0, 0)$ ב. $(0, -3), (-3, 0), (1, 0)$ 41. א. $(0, 0)$ ב. $(0, 0)$ 42. א. $(0, 0)$ ב. $(0, 0)$ 43. א. $(0, 0)$ ב. $(0, 0)$ 44. א. $(0, -6), (4, -6)$ ב. $(0, -6), (4, -6)$ 45. א. $(0, -6), (4, -6)$ ב. $(0, -6), (4, -6)$
46. א. $(-3, 0)$ ב. $(0, 9)$ ג. $(0, 9)$ ד. $(-3, 0)$ 47. א. $(-3, 0)$ ב. $(0, 9)$ ג. $(0, 9)$ ד. $(-3, 0)$ 48. א. $(-1, 3)$ ב. $(-1, 3)$ ג. $(-1, 3)$ ד. $(-1, 3)$ 49. א. $y = 1$ ב. $y = x + 1$ ג. $y = x + 1$ ד. $y = x + 1$ 50. א. $A(0, 5), B(5, 10)$ ב. $A(0, 5), B(5, 10)$ ג. $A(0, 5), B(5, 10)$ ד. $A(0, 5), B(5, 10)$ 51. א. $y_{AB} = x + 5$ ב. $A(-1, 0), B(7, 0), C(0, -7), D(3, -16)$ ג. $E(6, -7)$ ד. $A(-1, 0), B(7, 0), C(0, -7), D(3, -16)$ 52. א. $y = -x^2 - 4x + 5$ ב. $y = x + 5$ ג. $(0, 5), (-5, 0)$ ד. $(0, 5), (-5, 0)$ 53. א. $y = x + 1, (2, 3), (-1, 0)$ ב. $y = x + 1, (2, 3), (-1, 0)$ ג. $y = x + 1, (2, 3), (-1, 0)$ ד. $y = x + 1, (2, 3), (-1, 0)$

פרק 5 – גבולות

חישוב גבול של פונקציה בשיטת ההצבה

חשב את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{x+1}{x+2} \quad .2$$

$$\lim_{x \rightarrow 100} 20 \quad .4$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} x^2 + x + 1 \quad .1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x+3} \quad .3$$

פתרונות

$$20 \quad (4 \quad 2 \quad (3 \quad \frac{10}{12} \quad (2 \quad 21 \quad (1$$

חישוב גבול של פונקציה בשיטת הצמצום

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x^2 - x} \quad .2$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad .4$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{x^2 - 25} \quad .6$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2}{x^3 - x} \quad .8$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x - 21}{-x^2 + 2x + 3} \quad .10$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2} \quad .12$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 - 50}{2x^2 + 3x - 35} \quad .14$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 4} \quad .16$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x}{x} \quad .1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2}{x^2 - 1} \quad .3$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{x^2 - 25} \quad .5$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 3x^2}{x^2 - 9} \quad .7$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} \quad .9$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} \quad .11$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} \quad .13$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 5x + 2}{6x^2 - 5x + 1} \quad .15$$

פתרונות

- 7 (12 1 (11 $-\frac{13}{4}$ (10 $\frac{5}{6}$ (9 $\frac{1}{2}$ (8 -1.5 (7 $\frac{1}{10}$ (6 0 (5 6 (4 $\frac{1}{2}$ (3 -1 (2 -4 (1
 $-\frac{3}{4}$ (16 -3 (15 $\frac{10}{8.5}$ (14 $\frac{2}{3}$ (13

חישוב גבול של פונקציה השואפת לאינסוף

- $\lim_{x \rightarrow 0^-} 19876^{\frac{1}{x}}$.2 $\lim_{x \rightarrow 0^+} 7^{\frac{1}{x}}$.1
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)^2}{x-2}$.4 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+4}{x}$.3
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-1}{(x-2)(x-5)}$.6 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2}{(2-x)^2}$.5
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} -\frac{1}{2} \ln(2-x)$.8 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$.7
 $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$.10 $\lim_{x \rightarrow 0^+} ((\ln x)^2 + 2 \ln x - 3)$.9
 $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$.12 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$.11
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$.13
14. נתון: מספר סופי k $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x + k}{x^2 - 4} =$

חשב את k ואת ערך הגבול.

פתרונות

- $-\infty$ (7 אין גבול לפונקציה ∞ (5 אין גבול לפונקציה 0 (3 לפונקציה אין גבול (4 אין גבול לפונקציה $-\infty$ (6 אין גבול לפונקציה ∞ (9 ∞ (10 לפונקציה אין גבול (11 0 (12 1 (13 לפונקציה אין גבול (14 $k = -10$, $\frac{11}{4}$

x שואף לאינסוף

- | | |
|---|--|
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$.2 | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$.1 |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x$.4 | $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x$.3 |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^x$.6 | $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4}\right)^x$.5 |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5^{\frac{1}{x}}$.8 | $\lim_{x \rightarrow \infty} 5^{\frac{1}{x}}$.7 |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x})^{\ln x}$.10 | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^3}$.9 |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 6}{3x^3 + 10x}$.12 | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2}{x^2 + 1000x}$.11 |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{2x + 10} - \frac{x}{2} \right)$.14 | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 + 6}{3x^5 + 10x}$.13 |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 1}{x^5 - 1}$.16 | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2}{5x^4 + x^3}$.15 |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 - 3x^2 + 1}{5x^4 - 5x^3 + x}$.18 | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{2x^2}$.17 |
| | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x^3 - x^6}{1 - 5x^2 + 3x^6}$.19 |

פתרונות

- 0 (13 $-\infty$ (12 4 (11 0 (10 0 (9 1 (8 1 (7 ∞ (6 0 (5 0 (4 ∞ (3 0 (2 0 (1
 $-\frac{1}{3}$ (19 $\frac{2}{5}$ (18 $\frac{1}{2}$ (17 0 (16 0 (15 $-\frac{5}{14}$ (14

כלל לופיטל

- | | |
|---|---|
| $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^5 - 50}{2x^2 + 3x - 35}$.2 | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9}$.1 |
| $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x + 1} - 2}$.4 | $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - x}{x - 1}$.3 |

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{\sqrt{x-2}-1} \quad .6$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} \quad .5$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}-1}{\frac{1}{x}} \quad .8$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x^2-1}-\sqrt{x}}{x-1} \quad .7$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x} \quad (a, b > 0) \quad .10$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \quad .9$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - x^2 - 2x - 2}{2x^3} \quad .12$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} \quad .11$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)}{\frac{1}{x^2}} \quad .14$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x^2 - 2x + 1} \quad .13$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)(e^{2x} - 1)}{x^2} \quad .16$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2(x+1) + x}{x} \quad .15$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} \quad .18$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 + x + 3} \quad .17$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^2 + 2 \ln x - 3}{x} \quad .20$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x + x + 1}{e^x} \quad .19$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{20}}{e^x} \quad .22$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x} \quad .21$$

פתרונות

$$\frac{1}{6} \quad (12) \quad \frac{1}{2} \quad (11) \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right) \quad (10) \quad 1 \quad (9) \quad -\frac{3}{2} \quad (8) \quad \frac{5}{6} \quad (7) \quad \frac{3}{2} \quad (6) \quad \frac{1}{6} \quad (5) \quad 4 \quad (4) \quad n-1 \quad (3) \quad \frac{20}{17} \quad (2) \quad \frac{5}{6} \quad (1)$$

$$0 \quad (22) \quad 0 \quad (21) \quad 0 \quad (20) \quad 0 \quad (19) \quad -\infty \quad (18) \quad \frac{1}{2} \quad (17) \quad 2 \quad (16) \quad 1 \quad (15) \quad 2 \quad (14) \quad -\frac{1}{2} \quad (13)$$

חישוב גבול של פונקציה לפי הגדרה

• בסרטון זה יוסבר כיצד לחשב גבול לפי הגדרה

1. חשב על פי הגדרת הגבול את $\lim_{x \rightarrow 2} 7x + 14$.

2. חשב על פי הגדרת הגבול את $\lim_{x \rightarrow 3} x^2$.

3. חשב על פי הגדרת הגבול את $\lim_{x \rightarrow 1} x^2 - 1$.

4. חשב על פי הגדרת הגבול את $\lim_{x \rightarrow 24} \sqrt{x+1}$.

5. חשב על פי הגדרת הגבול את $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x}$.

6. חשב על פי הגדרת הגבול את $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sin x$.

7. חשב על פי הגדרת הגבול את $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x^2-1}$.

8. הוכח על פי הגדרת הגבול כי $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3+x}{x^2+1} = 1$.

פתרונות

$$\delta = \min\{1, 10\varepsilon\} \quad (4) \quad \delta = \min\left\{1, \frac{\varepsilon}{3}\right\} \quad (3) \quad \delta = \min\left\{1, \frac{\varepsilon}{7}\right\} \quad (2) \quad \delta = \frac{\varepsilon}{7} \quad (1)$$

$$\delta = \left| \frac{1}{M} \right|, \quad \frac{1}{x^2-1} < M \quad (7) \quad \delta = \varepsilon \quad (6) \quad \delta = \min\left\{1, \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right\} \quad (5)$$

שאלות ממבחנים

1. חשב את הגבולות הבאים:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2 \ln x + x^2 - 1}{2x - 2} \right)$.1 2. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \left(\frac{2x - 6}{16 - x^2} \right)$.2 3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x - 3} - x \right)$.3

2. חשב את הגבולות הבאים:

א. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2 - \sqrt{x + 2}}{x - 2} \right)$.א ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - x^2 + 2x}{4x^3 - 3x^5} \right)$.ב ג. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2x - 5)^3 - 1}{3 - x}$.ג

3.

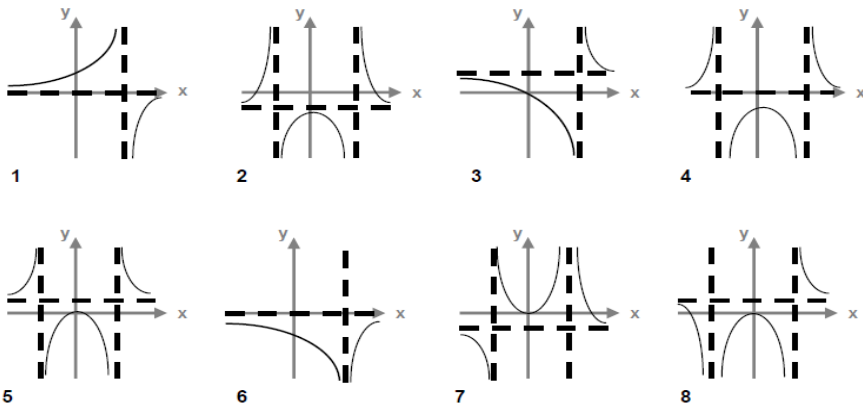
א. חשב את הגבולות הבאים:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1 - 2x) - 3x}$

ii. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 2)^3 - 4x}{x^2 - 4}$

ב. נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2}{x^2 - 9}$

מי מהשרטוטים הבאים (1-8) מתאר את הפונקציה בצורה הטובה ביותר? נמק במילים או ע"י חישוב, מדוע בחרת/פסלת את האופציות השונות (ניקוד מלא יוענק רק לנימוק שנעשה באמצעות שימוש בגבולות).



.4

א. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{8 - 2\sqrt{2x+4}}{2x-12}$

ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{x^2 - x} + 2 \right)$

ג. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 5}{2 - x}$

ד. נתון תיאור גרפי של הפונקציה $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{8 - 2\sqrt{2x+4}}{2x-12}$. קבע את הגבולות הבאים בהסתמך

על השרטוט:

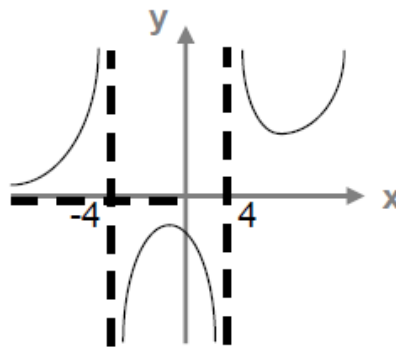
$\lim_{x \rightarrow -4^+} f = ?$

$\lim_{x \rightarrow 4^-} f = ?$

$\lim_{x \rightarrow 4^+} f = ?$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f = ?$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f = ?$



פתרונות

(1) א. 2 ב. $-\infty$ ג. 3 א. $-\frac{1}{4}$ ב. 0 ג. -6 (3) א. $-\frac{1}{5}$ ii. 11 ב. 5 א. $-\frac{1}{4}$

ב. 2 ג. $-\infty$ ד. $\lim_{x \rightarrow -4^+} f = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 4^-} f = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 4^+} f = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = +\infty$

פרק 6 – הגדרת הנגזרת

1. חשב על פי הגדרת הנגזרת, את נגזרת הפונקציה הבאה: $f(x) = x^2 + 4x + 1$.
2. מצא את הנגזרת של הפונקציה הבאה, לפי נוסחת הגדרת הנגזרת: $y = 2x^2 - 3$.
3. מצא את הנגזרת של הפונקציה הבאה, לפי נוסחת הגדרת הנגזרת: $y = x^2 + \frac{1}{2}x + 1.5$.
4. מצא את הנגזרת של הפונקציה $y = 9 + 6x - 3x^2$ לפי הנוסחה להגדרת הנגזרת באמצעות גבול.
5. מצא את הנגזרת של הפונקציה $y = 8 - x^2$, לפי הנוסחה להגדרת הנגזרת באמצעות גבול.

פתרונות

- (1) $2x + 4$ (2) $4x$ (3) $2x + \frac{1}{2}$ (4) $6 - 6x$ (5) $-2x$

פרק 7 – נגזרות מידיות מכל הסוגים

כללי הגזירה

בסרטון זה הסבר על הנגזרת של פונקציית חזקה

1. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = x^3$ ב. $f(x) = x^7$ ג. $f(x) = x^2$

ד. $f(x) = x$ ה. $f(x) = x^{-3}$ ו. $f(x) = x^{-1}$

ז. $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ח. $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ט. $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$

בסרטון זה הסבר על הנגזרת של קבוע כפול פונקציה

2. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = 2x^3$ ב. $f(x) = 3x^7$ ג. $f(x) = \frac{1}{2}x^4$

ד. $f(x) = \frac{x^6}{7}$ ה. $f(x) = 8x$ ו. $f(x) = 3x^{-2}$

ז. $f(x) = \frac{4}{x}$ ח. $f(x) = 6x^{\frac{1}{2}}$ ט. $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{3}$

בסרטון זה הסבר על הנגזרת של קבוע

3. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = 12$ ב. $f(x) = \frac{7}{8}$

בסרטון זה הסבר על הנגזרת של סכום והפרש

4. גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ ב. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{x^3}{6} + \frac{3x}{4} - \frac{2}{5}$

בסרטון זה הסבר על הנגזרת של פונקצית חזקה מורכבת

5. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & f(x) = (5x-2)^3 & \text{ב.} & f(x) = (x^3+6)^5 \\ \text{ב.} & & \text{ג.} & f(x) = 3(x-x^2)^2 \\ \text{ד.} & f(x) = \frac{(5-x)^3}{4} & \text{ה.} & f(x) = \frac{2(x+1)^4}{3} \end{array}$$

$\frac{1}{x}$ בסרטון זה הסבר על הנגזרת של

6. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & f(x) = \frac{3}{x} & \text{ב.} & f(x) = -\frac{2}{x} \\ \text{ב.} & & \text{ג.} & f(x) = \frac{1}{x^2} \\ \text{ד.} & f(x) = \frac{3}{x^3} & \text{ה.} & f(x) = \frac{1}{x^2-3x} \\ \text{ז.} & f(x) = \frac{6}{x+5} & \text{ו.} & f(x) = \frac{2}{3-x} \end{array}$$

בסרטון זה הסבר על הנגזרת של מכפלה

7. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & f(x) = (5x+1)(x-3) & \text{ב.} & f(x) = (5x+1)^3(x-3) \\ \text{ג.} & & \text{ד.} & f(x) = x^3(6-x)^4 \end{array}$$

בסרטון זה הסבר על הנגזרת של מנה

8. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & f(x) = \frac{3x-1}{1+2x} & \text{ב.} & f(x) = \frac{x^2+1}{5x-12} \\ \text{ב.} & & \text{ג.} & f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+3} \\ \text{ד.} & f(x) = \frac{x^2+8}{x-1} & \text{ה.} & f(x) = \frac{1}{x} \\ \text{ו.} & & \text{ז.} & f(x) = \frac{3}{x^3} \end{array}$$

פתרונות

- (1) א. $3x^2$ ב. $7x^6$ ג. $2x$ ד. 1 ה. $-\frac{3}{x^4}$ ו. $-\frac{1}{x^2}$ ז. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ ח. $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$
- ט. $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ (2) א. $6x^2$ ב. $21x^6$ ג. $2x^3$ ד. $\frac{6x^5}{7}$ ה. 8 ו. $-\frac{6}{x^3}$ ז. $-\frac{4}{x^2}$
- ח. $\frac{3}{\sqrt{x}}$ ט. $\frac{2}{9\sqrt[3]{x}}$ (3) א. 0 ב. 0 (4) א. $3x^2+4x-3$ ב. $x^3-\frac{x^2}{2}+\frac{3}{4}$
- (5) א. $15(5x-2)^2$ ב. $15x^2(x^3+6)^4$ ג. $6(x-x^2)(1-2x)$ ד. $-\frac{3}{4}(5-x)^2$
- ה. $\frac{8(x+1)^3}{3}$ (6) א. $-\frac{3}{x^2}$ ב. $\frac{2}{x^2}$ ג. $-\frac{2}{x^3}$ ד. $-\frac{9}{x^4}$ ה. $-\frac{2x-3}{(x^2-3x)^2}$
- ו. $\frac{2}{(3-x)^2}$ ז. $-\frac{6}{(x+3)^2}$ (7) א. $10x-14$ ב. $(5x+1)^2(20x-44)$
- ג. $x^2(6-x)^3(18-7x)$ (8) א. $\frac{5}{(1+2x)^2}$ ב. $\frac{5x^2-24x-5}{(5x-12)^2}$ ג. $\frac{8x}{(x^2+3)^2}$
- ד. $\frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2}$ ה. $-\frac{1}{x^2}$ ו. $-\frac{9}{x^4}$

נגזרת של פונקציה רציונלית

גזור פעמיים את הפונקציות הבאות:

1. $f(x) = \left(\frac{x^2+2x+4}{2x} \right)$ 2. $f(x) = \left(\frac{x^2-5x+6}{2x+10} \right)$ 3. $f(x) = \left(\frac{2x^2}{(x+1)^2} \right)$
4. $f(x) = \left(\frac{x^3}{x^2-4} \right)$ 5. $f(x) = \left(\frac{x^3}{(x+1)^2} \right)$ 6. $f(x) = \left(\left(\frac{x+1}{x-1} \right)^3 \right)$

פתרונות

- (1) (2) $\frac{4}{x^3}$ (3) $\frac{4(1-2x)}{(x+1)^4}$ (4) $\frac{4x \cdot (2x^2+24)}{(x^2-4)^3}$ (5) $\frac{6x}{(x+1)^4}$ (6) $\frac{12(x+1)(x+3)}{(x-1)^3}$

נגזרת הפונקציה המעריכית

1. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & f(x) = 3e^x + e^{2x} + e^{-x} + 2x + 1 \\ \text{ב.} & f(x) = e^{x^2-3x} + ex \\ \text{ג.} & f(x) = 2^{3x} \\ \text{ד.} & f(x) = 3^{x^2} + 4^{-x} \end{array}$$

2. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & f(x) = x \cdot e^x \\ \text{ב.} & f(x) = x^2 \cdot e^{4x} \\ \text{ג.} & f(x) = (x+1) \cdot 2^x \end{array}$$

3. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & f(x) = \frac{x^2}{e^x} \\ \text{ב.} & f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} \end{array}$$

4. גזור את הפונקציות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א.} & f(x) = 5(e^{2x} - 1)^3 \\ \text{ב.} & f(x) = \sqrt{e^{2x} + e^{-2x}} \end{array}$$

5. גזור פעמיים את הפונקציה $f(x) = \left(e^{\frac{1}{x}}\right)$.

6. גזור פעמיים את הפונקציה $f(x) = \left((x+2) \cdot e^{\frac{1}{x}}\right)$.

7. גזור את הפונקציה $f(x) = \left(x \cdot e^{-2x^2}\right)$.

פתרונות

$$\begin{array}{llll} \text{א.} & 3e^x + 2e^{2x} - e^{-x} + 2 & \text{ב.} & (2x-3)e^{x^2-3x} + e \\ \text{ג.} & 3 \ln 2 \cdot 2^{3x} & \text{ד.} & 4^x \cdot (3x^2 - \ln 3 - \ln 2) \\ \text{א. (2)} & e^x(1+x) & \text{ב.} & 2x \cdot e^{4x}(1+2x) \\ \text{א. (3)} & \frac{x(2-x)}{e^x} & \text{ג.} & 3 \ln 2 \cdot 2^{3x} \end{array}$$

$$e^{\frac{1}{x}} \left(\frac{1+2x}{x^4} \right) \quad (5) \quad \frac{(e^{2x} - e^{-2x})}{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}} \quad .ג \quad 30e^{2x} (e^{2x} - 1)^2 \quad .א \quad (4) \quad \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} \quad .ב$$

$$-4xe^{-2x^2} (3 - 4x^2) \quad (7) \quad e^{\frac{1}{x}} \left(\frac{5x+2}{x^4} \right) \quad (6)$$

נגזרת של פונקציה לוגריתמית

1. גזור את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \ln(x^2 - 3x) \quad .ב \quad f(x) = 3\ln x + 4\ln(x+2) - \ln(5x-1) \quad .א$$

$$f(x) = \ln(e^x + 1) \quad .ד \quad f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \quad .ג$$

$$f(x) = \log_2(x) + 5\log_3(2x-1) \quad .ה$$

2. גזור את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = (3x+1)^2 \cdot \ln x \quad .ב \quad f(x) = x \ln x \quad .א$$

$$f(x) = \frac{\ln x - 2}{\ln x + 2} \quad .ד \quad f(x) = \frac{\ln x}{x} \quad .ג$$

$$f(x) = \sqrt{\ln x + x} \quad .ה$$

3. גזור את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = 3\ln^2 x \quad .ב \quad f(x) = \ln^3 x \quad .א$$

$$f(x) = \frac{\ln^2 x + 1}{(\ln x + 1)^2} \quad .ד \quad f(x) = x^2 \ln^2 x \quad .ג$$

$$.4 \quad \text{גזור פעמיים את הפונקציה } f(x) = \left(\frac{\ln x}{x}\right)$$

$$.5 \quad \text{גזור פעמיים את הפונקציה } f(x) = \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right)$$

$$.6 \quad \text{גזור פעמיים את הפונקציה } f(x) = (x \cdot \ln x)$$

7. גזור פעמיים את הפונקציה $f(x) = (x^2 \ln x)$.

8. גזור שלוש פעמים את הפונקציה $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1}{2-x}}$ ($x < 2$).

9. גזור פעמיים את הפונקציה $f(x) = ((\ln x)^2 + 2 \ln x - 32)$.

10. גזור פעמיים את הפונקציה $f(x) = ((\ln x)^2 + (\ln x)^{-2})$.

פתרונות

א. $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+2} - \frac{5}{5x-1}$ ב. $\frac{2x-3}{x^2-3x}$ ג. $\frac{-2}{(x+1)(x-1)}$ ד. $\frac{e^x}{e^x+1}$ (1)

ה. $\frac{1}{x \ln 2} + \frac{10}{(2x-1) \ln 3}$ ז. $\ln x + 1$ ח. $(3x+1) \left(6 \ln x + \frac{3x+1}{x} \right)$ ט. $\frac{1-\ln x}{x^2}$ (2)

י. $\frac{4}{x(\ln x + 2)^2}$ יא. $\frac{1+x}{2x\sqrt{\ln x + x}}$ יב. $\frac{3 \ln^2 x}{x}$ יג. $\frac{6 \ln x}{x}$ יד. $2x \ln x (\ln x + 1)$ (3)

טו. $\frac{2(\ln x - 1)}{x(\ln x + 1)^3}$ טז. $\frac{2 \ln x - 3}{x^3}$ טז. $\frac{3 \ln x - 8}{4x^{2.5}}$ טז. $\frac{1}{x}$ (4) (5) (6) (7) (8)

טז. $\frac{2}{(4-2x)^2}$ טז. $\frac{-2 \ln x}{x^2}$ (9) (10) $-\frac{2}{x^2} \left\{ \frac{(\ln x)^5 - (\ln x)^4 - (\ln x) - 3}{(\ln x)^4} \right\}$

פרק 8 – שימושי הנגזרת – משיק

1. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^3 + 3x - 1}{x^2 - 2}$ בנקודה $x_1 = 1$.
2. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-x+2}}$ בנקודה $x_1 = 2$.
3. הישר $2y - 3x = 3$ משיק לגרף הפונקציה $h(x) = 3\sqrt{x}$. מצא את נקודת ההשקה.
4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax}$ ($a > 0$). המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \frac{1}{2}$ הוא בעל שיפוע 1. מצא את הקבוע a .
5. נתונה הפונקציה $y = e^{2x} + 3ex$. לפונקציה העבירו משיק בנקודה שבה $x = 2$. מצא את משוואת המשיק.
6. הגרפים של $f(x) = \ln x$ ו- $g(x) = 1 - x$ נחתכים בנקודה A ברביע I . בנקודה A העבירו משיק. מצא את משוואת המשיק והוכח שמשיק זה עובר דרך הראשית.
7. לפונקציה $g(x) = \frac{\ln x^2}{x}$ העבירו משיק בנקודה שבה $x = e^2$. מצא את משוואת המשיק.
8. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = x \cdot \ln(x^2 + 1)$ בנקודה שבה $x = 1$.
9. לאלו ערכי k יש ישיק הישר $y = -5x + 6$ לגרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + k$. לכל ערך כזה של k מצאו את נקודת ההשקה.
10.
 - א. נתונה הפונקציה $y = (1 - 2x)^3$. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .
 - ב. נתונה הפונקציה $y = \frac{x}{x^2 - x - 9}$. הראה שלפונקציה אין משיק המקביל לישר $y = -8$.

.11

א. נתונה הפונקציה $y = \ln(e^{2x+3})$.

מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

ב. נתונה הפונקציה $y = \frac{x-7}{x+2}$.

מצא שתי נקודות על גרף הפונקציה, אשר המשיק דרכן מקביל לישר $y = 7 + x$.

.12

א. נתונה הפונקציה $y = (3-2x)\sqrt{x^2+8x+4}$.

מצא את משוואת המשיק לפונקציה העובר בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

ב. נתונה הפונקציה $y = \ln(6x-9)$.

הראה שלפונקציה אין משיק המקביל לישר $y = 1 - 2x$.

.13

א. נתונה הפונקציה $y = -5x + 6$.

מצא את משוואת המשיקים לפונקציה בנקודות בהן $y = -5x + 6$.

ב. נתונה הפונקציה $y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 1}$.

מצא ערך יחיד של x , עבורו לפונקציה יש משיק המקביל לישר $y = -2$.

פתרונות

(1) $y = -12x + 9$ (2) $y = \frac{11}{16}x - \frac{30}{16}$ (3) $(1, 3)$ (4) $a = 2$ (5) $y = (2e^4 + 3e)x - 3e^4$

(6) $y = \frac{1}{e}x$ (7) $y = -\frac{2}{e^4}x + \frac{6}{e^2}$ (8) $y = (\ln 2 + 1)x - 1$ (9) $k = 6 \rightarrow x = 1$

(10) $y = -6x + 1$ א. (11) $y = 2x + 3$ א. ב. $(1, 2)$, $(-5, 4)$

(12) א. $y = 2x + 6$ (13) א. $y = 2x + 2$, $y = 6x + 6$ ב. $x = 0$

פרק 9 – בעיות מילוליות – אחוזים

1. בסרטון זה מוסבר מהו אחוז.
חולצה עולה 280 שקלים.
א. בסוף העונה היא עולה ב- 25% ממחירה הקודם. מהו מחירה החדש של החולצה?
ב. בסוף העונה החולצה עולה 25% ממחירה הקודם. מהו מחירה החדש של החולצה?
ג. החולצה התייקרה ב- 20%. מהו מחירה החדש? מהו מחיר ההתייקרות?
2. לאדם יש x שקלים הוא הוציא 20% מכספו.
א. הבע את מחיר ההוצאה.
ב. הבע את הסכום שנשאר לו.
3. סוחר קנה סחורה ב a שקלים והרוויח 35% במכירה. בכמה מכר הסוחר את הסחורה?
4. לדני x גולות. ליוסי 60% מכמות הגולות של דני. לאלון ב-30% גולות יותר מאשר לדני. ליובל ב-25% גולות פחות מאשר לדני. הבע את מספר הגולות שיש לכל אחד.
5. במיכל m ליטר של כוהל. ביום הראשון מתנדפים 10% מהכוהל שבמיכל. ביום השני מתנדפים 30% מכמות הכוהל שנשארה. מהי כמות הכוהל שנשארה לאחר יומיים?
6. אדם מכר סחורה ב-4800 ₪ והרוויח במכירה זו 20%. באיזה סכום קנה את הסחורה?
7. סכום שני מספרים הוא 184. אחד מהם גדול ב-30% מהשני. מצא את המספרים.
8. בכיתה 36 תלמידים. מספר הבנים גדול ממספר הבנות ב-25%. מצא כמה בנים ובנות בכיתה.
9. שני פועלים מרוויחים יחד 2700 שקלים. פועל אחד מרוויח 20% פחות מהשני. כמה משתכר כל פועל?
10. בשתי כיתות שבהן ביחד 70 תלמידים ערכו מבחן. 75% מתלמידי הכיתה הראשונה ו-80% מתלמידי הכיתה השנייה עברו את המבחן. בסך הכול עברו את המבחן (משתי הכיתות גם ביחד) 54 תלמידים. מצא כמה תלמידים בכל כיתה.
11. סכום כסף חולק בין 3 אנשים. הראשון קיבל 35% מהסכום, השני קיבל 25% מהסכום והשלישי קיבל 3200 שקלים. מהו הסכום שחולק?
12. מחירם של 5 ק"ג תפוחים ו-8 ק"ג אגסים הוא 31 שקלים. כעבור שבוע עלה מחיר האגסים ב-25%, אך מחיר התפוחים לא השתנה. לכן מחירם של 5 ק"ג תפוחים ו-8 ק"ג אגסים עתה הוא 35 שקלים. חשב את מחיר ק"ג אגסים לפני עליית המחיר.

13. אריה קיבל תוספת יוקר של 2% וכעבור חצי שנה תוספת של 4%. משכורתו של אריה לאחר התוספת השנייה הייתה גדולה ב-304 שקלים ממשכורתו לפני התוספת הראשונה. מה הייתה משכורתו ההתחלתית?
14. מחירו של מוצר ירד פעמיים באותו אחוז. מצא באיזה אחוז ירד המחיר בכל פעם אם בסך הכול ירד המחיר מ-16 שקלים ל-9 שקלים.
15. מחירו של מוצר ירד תחילה ב-10% ולאחר מכן עלה ב-25%. מחירו הסופי של המוצר היה 90 שקלים. מה היה מחירו ההתחלתי של המוצר?
16. מחירו של מוצר הוא 40 שקלים. לאחר חודש עלה מחירו ל-50 שקלים וכעבור חודש נוסף ירד מחירו ל-45 שקלים.
- א. באיזה אחוז עלה המחיר בחודש הראשון?
 ב. באיזה אחוז ירד המחיר בחודש השני?
17. 3 ק"ג תפוחים ו-5 ק"ג אגסים עולים יחד 25 שקלים.
 4 ק"ג תפוחים ו-2 ק"ג אגסים עולים יחד 17 שקלים.
 מהו המחיר של ק"ג תפוחים, ומהו המחיר של ק"ג אגסים?
18. 5 ק"ג תפוחים ו-3 ק"ג אגסים עולים יחד 26 שקלים. התשלום בעבור 4 ק"ג תפוחים גבוה בשקל אחד מהתשלום בעבור 2 ק"ג אגסים. מהו המחיר של 1 ק"ג תפוחים ומהו המחיר של 1 ק"ג אגסים?
19. 4 חבילות מרגרינה ו-3 חבילות חמאה עולות יחד 27 שקלים. התשלום בעבור 10 חבילות מרגרינה שווה לתשלום בעבור 6 חבילות חמאה. מהו מחירה של חבילת מרגרינה ומהו מחירה של חבילת חמאה?
20. גיל קנה 3 מחברות ו-2 עפרונות ושילם 4 שקלים. אייל קנה 5 מחברות ו-4 עפרונות ושילם 7 שקלים. קרן קנתה 4 מחברות ו-3 עפרונות. כמה שילמה קרן?
21. בתחילת השנה הועלה המחיר המקורי של אופנוע ב-20%, ואילו בסוף השנה הוזל המחיר ב-20%. נתון כי המחיר של האופנוע לאחר ההוזלה בסוף השנה הוא 2400 שקלים. מצא את מחירו המקורי של האופנוע.
22. מחירו המקורי של אופנוע אחר היה x שקלים. האופנוע התייקר ב-20% ולאחר מכן הוזל ב-20%. הביעו באמצעות x את מחיר האופנוע לאחר שני השינויים (ההתייקרות וההוזלה).
23. משכורתו של יוסף הייתה גדולה ב-1050 שקלים ממשכורתו של דוד. לאחר שמשכורתו של דוד הועלתה ב-15%, קיבלו יוסף ודוד משכורת זהה. חשב את משכורתו של יוסף.

24. אריה קיבל תוספת יוקר של 2% למשכורתו, כעבור חצי שנה קיבל תוספת יוקר נוספת של 4%. משכורתו של אריה לאחר התוספת השנייה גדולה ב-304 שקלים ממשכורתו ההתחלתית.
- א. סמן ב- x את משכורתו ההתחלתית של אריה, בטא באמצעות x את משכורתו לאחר התוספת הראשונה.
- ב. חשב את משכורתו ההתחלתית של אריה.
25. משכורתו של לוי גדולה ב-2000 שקלים ממשכורתו של שמעון. לוי קיבל העלאה של 10%, ושמעון קיבל העלאה של 20%.
- א. סמן ב- x את משכורתו של שמעון והבע באמצעות x את התוספת בשקלים למשכורתו של שמעון ואת התוספת בשקלים למשכורתו של לוי.
- ב. התוספת בשקלים למשכורתו של שמעון שווה לתוספת בשקלים למשכורתו של לוי. חשב את משכורתו של שמעון.
26. מחיר ק"ג עגבניות גדול ב-15% ממחיר ק"ג פלפלים. ראובן שילם 144 שקלים בעבור 12 ק"ג עגבניות ו-15 ק"ג פלפלים. חשב את המחיר של ק"ג פלפלים.
27. מחירו של ארון, בתוספת ההובלה לבית הלקוח, הוא 900 שקלים. אם יתייקר הארון ב-25% ומחיר ההובלה לא ישתנה, יהיה על הלקוח לשלם בסך-הכול 1100 שקלים. חשב את מחיר הארון.
28. מחירו של ארון הוא 400 שקלים. הארון התייקר ב-20%.
- א. חשב את מחיר הארון לאחר ההתייקרות.
- ב. בכמה אחוזים יש להוריד את המחיר שלאחר ההתייקרות כדי שמחיר הארון יהיה 360 שקלים?
29. ראובן שילם 31 שקלים בעבור 5 ק"ג תפוחים ו-8 ק"ג אגסים. כעבור שבוע עלה מחיר האגסים ב-25%, אך מחיר התפוחים לא השתנה. ראובן שילם עתה 35 שקלים בעבור 5 ק"ג תפוחים ו-8 ק"ג אגסים.
- חשב את מחירו של ק"ג אגסים לפני עליית המחיר.
30. במרכז העיר ישנם שני חניונים שמיקומם נוח במיוחד.
- בחניון א:** התעריף אינו תלוי באורך זמן החניה, והוא 12 שקלים ליום.
- בחניון ב:** תעריף החנייה עד לשעתיים (כולל) הוא 5 שקלים.
- התעריף לזמן חנייה שבין שעתיים ל-4 שעות (כולל) הוא 8 שקלים.
- התעריף לזמן חנייה העולה על 4 שעות הוא 16 שקלים.
- לכל חניון נכנסות בממוצע 110 מכוניות ביום. מתוכן 20 מכוניות החונות לזמן קצר משעתיים, 30 מכוניות לזמן שבין שעתיים ל-4 שעות ו-60 מכוניות לזמן העולה על 4 שעות. לאיזה מבעלי החניונים הכנסה גבוהה יותר? נמק.

31. בשכונת הגפן נפתחה מכבסה חדשה: "צח כשלג". בעל המכבסה חישב ומצא כי הוצאותיו הקבועות ליום הן 100 ש"ח, והוצאותיו לכל קילוגרם כביסה, הן 1.5 ש"ח. כדי למשוך לקוחות למכבסה החדשה קבע בעל המכבסה מחירים זולים מאוד: על כל קילוגרם כביסה ישלם הלקוח 4 ש"ח.
- א. מהי ההכנסה של בעל המכבסה ביום שבו מביאים 100 ק"ג כביסה?
 ב. מהו אחוז הרווח של בעל המכבסה מתוך הכנסותיו באותו יום?
32. סכום כסף חולק כולו בין שלושה אחים. הבכור קיבל 48% מהסכום, השני קיבל 33% מהסכום, והשלישי קיבל 28500 שקלים. מצא איזה סכום כסף חולק בין שלושת האחים.
33. אדם השוכר רכב משלם סכום קבוע ליום ועוד 0.12 ₪ לכל ק"מ נסיעה. משה שכר רכב ליום אחד, נסע מספר מסוים של ק"מ, וחישב שעליו לשלם 103 ₪. בעת התשלום התברר לו שהסכום הקבוע הוזל ב-20%, ולכן שילם רק 98 ₪. כמה ק"מ נסע משה באותו יום?
34. חשבון חשמל חודשי מורכב מסכום קבוע, ומתשלום של 2.05 שקלים לכל קוט"ש שנצרך. משפחה צורכת את אותו מספר קוט"ש בכל חודש. בחודש הראשון היא שילמה 403 שקלים. בחודש שלאחריו הועלה הסכום הקבוע ב-20%, והמשפחה שילמה 418 שקלים. כמה קוט"ש צורכת המשפחה בחודש?

פתרונות

- (1) א. 210 ₪. ב. 70 ₪. ג. 336 ₪, התייקרות של 56 ₪. (2) א. $0.2x$. ב. $0.8x$. (3) $1.35a$.
(4) יוסי: $0.6x$, אלון: $1.3x$, יובל: $0.75x$. (5) $0.63m$. (6) 4000 ₪. (7) 104 ו-80. (8) 20 בנים ו-16 בנות. (9) 1200 ₪ ו-1500 ₪. (10) כיתה ראשונה: 40 תלמידים, כיתה שנייה: 30 תלמידים.
(11) 8000 ₪. (12) 2 ₪. (13) 5000 ₪. (14) 25%. (15) 80 ₪. (16) א. 25%. ב. 10%. (17) ק"ג תפוחים: 2.5 ₪, ק"ג אגסים: 3.5 ₪. (18) ק"ג תפוחים: 2.5 ₪, ק"ג אגסים 4.5 ₪. (19) חבילה מרגרינה: 3 ₪, חבילת חמאה: 5 ₪. (20) 5.5 ₪. (21) 2500 ₪. (22) $0.96x$. (23) 8050 ₪.
(24) א. $1.02x$. ב. 5000 ₪. (25) א. שמעון: $0.2x$, לוי: $0.1x + 200$. ב. 2000 ₪. (26) 5 ₪. (27) 800 ₪. (28) א. 480 ₪. ב. 25%. (29) 2 ₪. (30) בעל חניות א' ירוויח יותר (ב-20 ₪).
(31) א. 400 ₪. ב. 37.5%. (32) 150,000 ₪. (33) 650 ק"מ. (34) 160 קוט"ש.

פרק 10 – חקירת פונקציה

שלבי חקירת פונקציה

1. בסרטון זה הסבר על נקודות קיצון.
2. בסרטון זה המשך ההסבר על נקודות קיצון.
3. בסרטון זה הסבר על נקודות פיתול.
4. בסרטון זה המשך ההסבר על נקודות פיתול.
5. בסרטון זה הסבר על אסימפטוטה אנכית.
6. בסרטון זה הסבר על אסימפטוטה משופעת.

חקירת פולינום

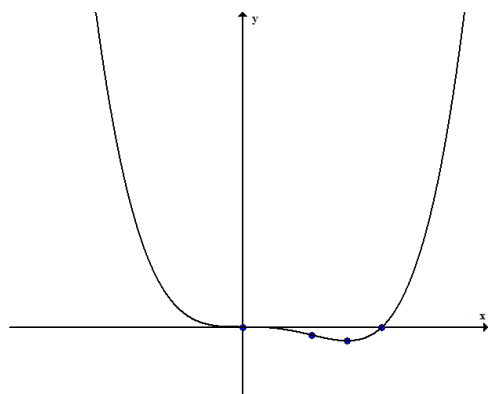
1. חקור את הפונקציה $f(x) = x(x-9)^2$.

2. חקור את הפונקציה $f(x) = x^4 - 2x^3$.

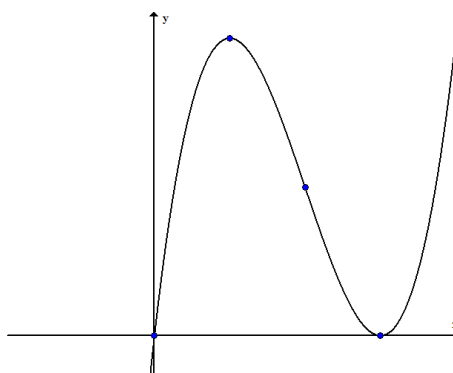
פתרונות

- (1) תחום הגדרה: כל x , נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,0)$, $(9,0)$, נקודות קיצון: $max(3,108)$, $min(9,0)$, תחומי עליה: $x < 3$ או $x > 9$, תחום ירידה: $3 < x < 9$, נקודת פיתול: $(6,54)$, תחום קמירות: $x > 6$, תחום קעירות: $x < 6$. (2) תחום הגדרה: כל x , נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,0)$, $(2,0)$, נקודות קיצון: $min\left(1.5, -\frac{27}{16}\right)$, תחום עליה: $x > 1.5$, תחום ירידה: $x < 1.5$, נקודות פיתול: $(0,0)$, $(1,-1)$, תחומי קמירות: $x > 1$ או $x < 0$, תחום קעירות: $0 < x < 1$.

(2)



(1)



חקירת פונקציה רציונלית

1. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$.

2. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)^2}$.

3. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$.

4. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$.

5. חקור את הפונקציה $f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$.

6. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{x^3-x^2}{x^2-1}$.

פתרונות

(1) תחום הגדרה ורציפות: כל $x \neq 0$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(1,0)$, אסימפטוטות: $x=0$, $y=0$, נקודת קיצון: $\max(2, 0.25)$, תחום עליה: $0 < x < 2$,

תחום ירידה: $x < 0$ או $x > 2$, נקודת פיתול: $\left(3, \frac{2}{9}\right)$, תחום קמירות: $x > 3$,

תחום קעירות: $x < 0$ או $0 < x < 3$. (2) תחום הגדרה ורציפות: כל $x \neq -1$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,0)$, אסימפטוטות: $x=-1$, $y=2$, נקודת קיצון:

$\min(0,0)$, תחום עליה: $x < -1$ או $x > 0$, תחום ירידה: $-1 < x < 0$, נקודת פיתול: $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{9}\right)$,

תחום קמירות: $x < -1$ או $-1 < x < \frac{1}{2}$, תחום קעירות: $x > \frac{1}{2}$.

(3) תחום הגדרה ורציפות: כל $x \neq \pm 2$, זוגיות: אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,0)$, אסימפטוטות: $x = \pm 2$, $y = x$, נקודת קיצון: $\min(\sqrt{12}, \sqrt{27}), \max(-\sqrt{12}, -\sqrt{27})$, תחום

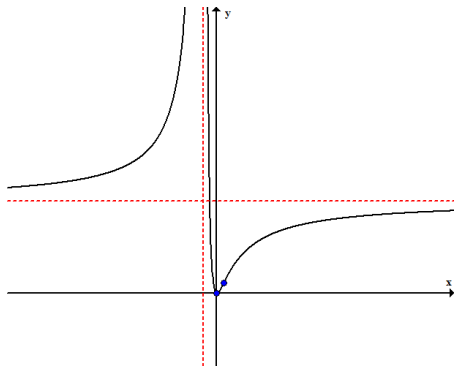
עליה: $x < -\sqrt{12}$ או $x > \sqrt{12}$, תחום ירידה: $-\sqrt{12} < x \neq \pm 2 < \sqrt{12}$, נקודת פיתול: $(0,0)$,

תחום קמירות: $-2 < x < 0$ או $x > 2$, תחום קעירות: $x < -2$ או $0 < x < 2$.

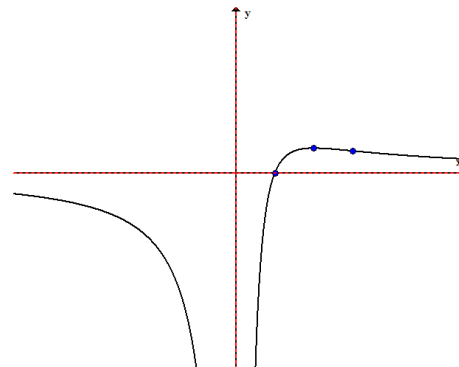
(4) תחום הגדרה ורציפות: כל $x \neq -1$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,0)$, אסימפטוטות: $x = -1$, $y = x - 2$,

נקודת קיצון: $\max\left(-3, -\frac{27}{4}\right)$, תחום עליה: $x < -3$ או $x > -1$, תחום ירידה: $-3 < x < -1$,
 נקודת פיתול: $(0,0)$, תחום קמירות: $x > 0$, תחום קעירות: $x < -1$ או $-1 < x < 0$.
 (5) תחום הגדרה ורציפות: כל $x \neq 1$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,-1), (-1,0)$, אסימפטוטות: $x=1, y=1$, אין נקודות קיצון,
 תחום ירידה: כל x , נקודת פיתול: $(-1,0), \left(-3, \frac{1}{8}\right)$, תחום קמירות: $-3 < x < -1$ ו- $x > 1$,
 תחום קעירות: $x < -3$ או $-1 < x < 1$. (6) תחום הגדרה ורציפות: כל $x \neq \pm 1$, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,0)$, אסימפטוטות: $x=-1$, חור בנקודה $\left(1, \frac{1}{2}\right)$,
 נקודת קיצון: $\min(0,0), \max(-2,-4)$, תחום עליה: $x < -2$ או $0 < x < 1$ או $x > 1$, תחום ירידה: $-2 < x < -1$ או $-1 < x < 0$, אין נקודות פיתול, תחום קמירות: $-1 < x < 1$ או $x > 1$, תחום קעירות: $x < -1$.

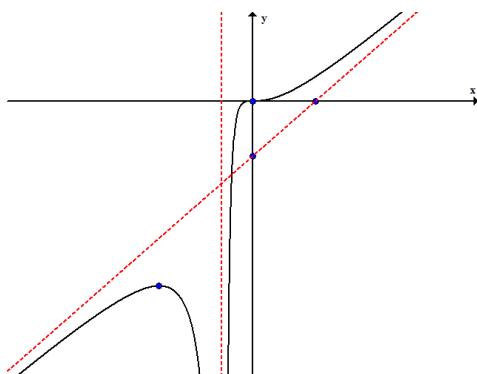
(2)



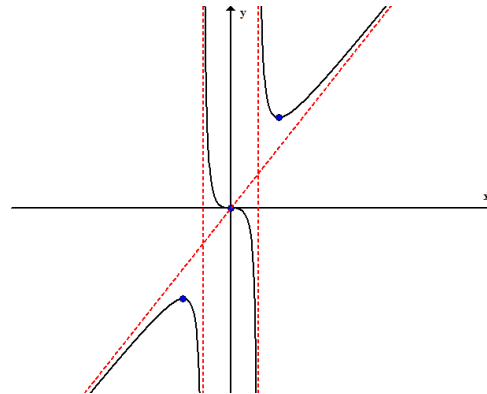
(1)



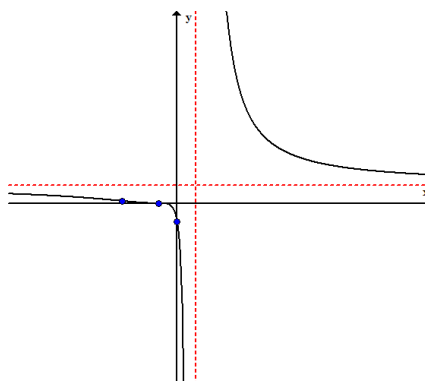
(4)



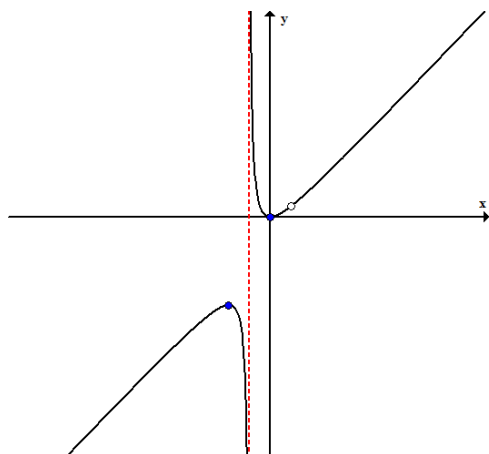
(3)



(5)



(6)



חקירת פונקציה מעריכית

1. חקור את הפונקציה $f(x) = x - e^x$.

2. חקור את הפונקציה $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$.

3. חקור את הפונקציה $f(x) = (x+2)e^{\frac{1}{x}}$.

4. חקור את הפונקציה $f(x) = xe^{-2x^2}$.

פתרונות

(1) תחום הגדרה ורציפות: כל x , זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0, -1)$, אסימפטוטות: $y = x$, נקודת קיצון: $\max(0, -1)$, תחום עליה: $x < 0$,

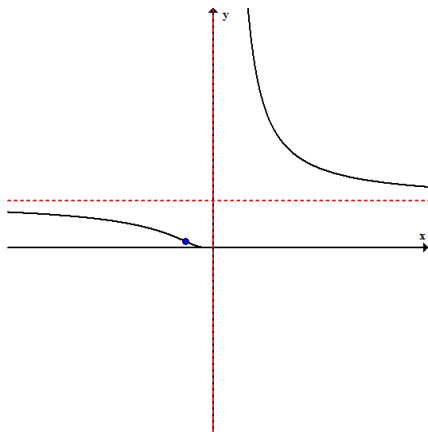
תחום ירידה: $x > 0$, אין נקודות פיתול, תחום קעירות: כל x .
 (2) תחום הגדרה ורציפות: כל $x \neq 0$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: אין, אסימפטוטות: $x = 0$, $y = 1$, נקודת קיצון: אין,

תחום ירידה: כל x , נקודת פיתול: $\left(-\frac{1}{2}, e^{-2}\right)$, תחום קמירות: $-0.5 < x < 0$ או $x > 0$,

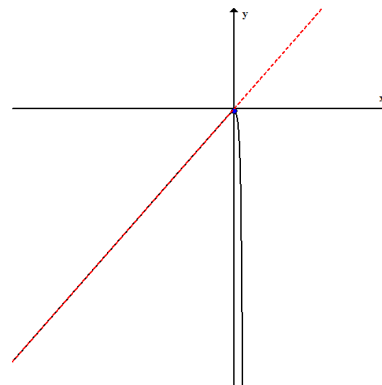
תחום קעירות: $x < -0.5$. (3) תחום הגדרה ורציפות: כל $x \neq 0$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(-2, 0)$, אסימפטוטות: $x = 0$, $y = x + 3$,

נקודת קיצון: $\min(2, 4e^{1/2}), \max(-1, e^{-1})$, תחום עליה: $x < -1$ או $x > 2$,
 תחום ירידה: $-1 < x < 0$ או $0 < x < 2$, נקודת פיתול: $(-0.4, 1.6e^{-2.5})$,
 תחום קמירות: $-0.4 < x < 0$ או $x > 0$, תחום קעירות: $x < -0.4$.
 (4) תחום הגדרה ורציפות: כל x , זוגיות: אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0, 0)$,
 אסימפטוטות: $y = 0$, נקודת קיצון: $\min\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}}\right), \min\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}}\right)$,
 תחום עליה: $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$, תחום ירידה: $x < -\frac{1}{2}$ או $x > \frac{1}{2}$,
 נקודת פיתול: $(0, 0), (-\sqrt{3/4}, -\sqrt{3/4}e^{-3/2}), (\sqrt{3/4}, \sqrt{3/4}e^{-3/2})$,
 תחום קמירות: $-\sqrt{3/4} < x < 0$ או $x > \sqrt{3/4}$, תחום קעירות: $0 < x < \sqrt{3/4}$ או $x < -\sqrt{3/4}$.

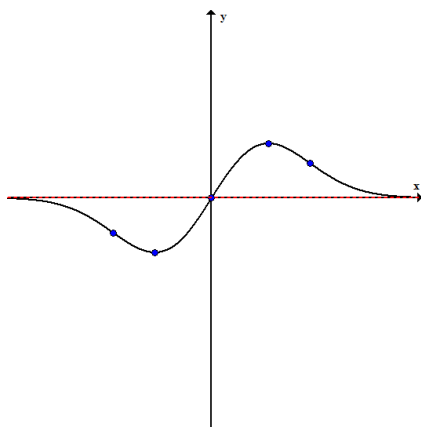
(2)



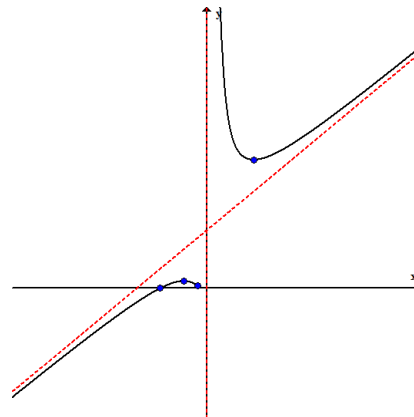
(1)



(4)



(3)



חקירת פונקציה לוגריתמית

1. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

2. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

3. חקור את הפונקציה $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1}{2-x}}$.

4. חקור את הפונקציה $f(x) = x \ln x$.

5. חקור את הפונקציה $f(x) = (\ln x)^2 + 2 \ln x - 3$.

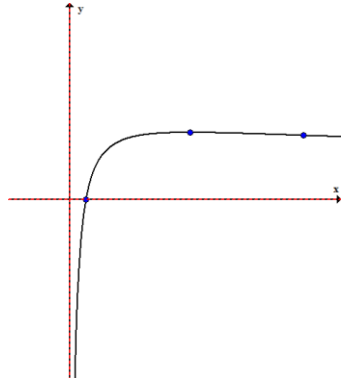
6. חקור את הפונקציה $f(x) = 4 \ln^2 x - 4 \ln x - 3$.

פתרונות

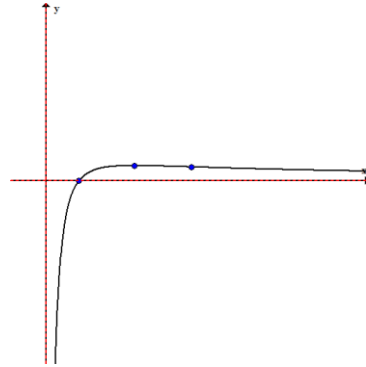
(1) תחום הגדרה ורציפות: כל $x > 0$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(1,0)$, אסימפטוטות: $x=0$, $y=0$, נקודת קיצון: $\max(e, 1/e)$, תחום עליה: $0 < x < e$, תחום ירידה: $x > e$, נקודת פיתול: $(e^{3/2}, (3/2)/e^{3/2})$, תחום קעירות: $0 < x < e^{3/2}$, תחום קמירות: $x > e^{3/2}$ (2) תחום הגדרה ורציפות: כל $x > 0$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(1,0)$, אסימפטוטות: $x=0$, $y=0$, נקודת קיצון: $\max(e^2, 2/e)$, תחום עליה: $0 < x < e^2$, תחום ירידה: $x > e^2$, נקודת פיתול: $(e^{8/3}, \frac{8/3}{\sqrt{e^{8/3}}})$, תחום קמירות: $x > e^{8/3}$, תחום קעירות: $0 < x < e^{8/3}$ (3) תחום הגדרה ורציפות: כל $x < 2$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(1,0)$, $(0, -\frac{1}{2} \ln 2)$, אסימפטוטות: $x=2$, אין נקודות קיצון, תחום עליה: כל x , אין נקודות פיתול. (4) תחום הגדרה ורציפות: כל $x > 0$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(1,0)$, אסימפטוטות: חור בנקודה $(0,0)$, נקודת קיצון: $\min(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e})$, תחום עליה: $x > \frac{1}{e}$, תחום ירידה: $0 < x < \frac{1}{e}$, אין נקודות פיתול, תחום קמירות: כל x . (5) תחום הגדרה ורציפות: כל $x > 0$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(e,0)$, $(e^{-3},0)$, אסימפטוטות: $x=0$, נקודת קיצון: $\min(e^{-1}, -4)$, תחום עליה: $x > e^{-1}$, תחום ירידה: $0 < x < e^{-1}$, נקודת פיתול: $(1,-3)$, תחום קעירות: $x > 1$, תחום קמירות: $0 < x < 1$

(6) תחום הגדרה ורציפות: כל $x > 0$, זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(e^{1.5}, 0), (e^{-0.5}, 0)$, אסימפטוטות: $x = 0$, נקודת קיצון: $\min(e^{1/2}, -4)$, תחום עליה: $x > e^{1/2}$, תחום ירידה: $0 < x < e^{1/2}$, נקודת פיתול: $(e^{3/2}, 0)$, תחום קעירות: $x > 3/2$, תחום קמירות: $0 < x < 3/2$

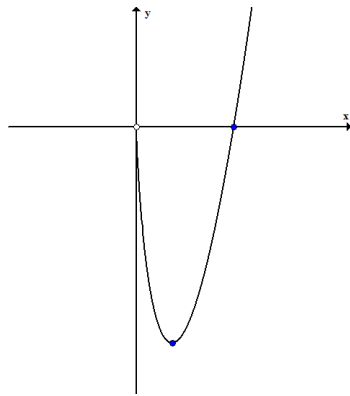
(2)



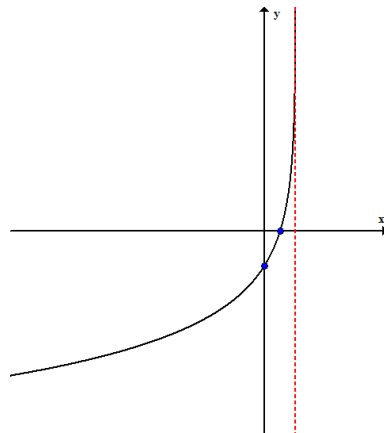
(1)



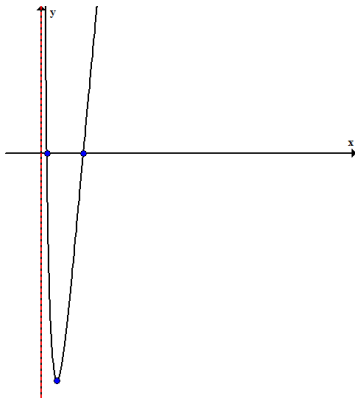
(4)



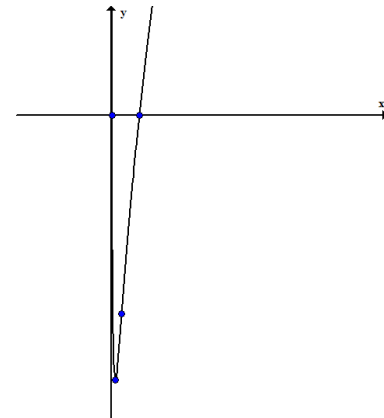
(3)



(6)



(5)



חקירת פונקציה עם שורשים

1. חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

2. חקור את הפונקציה $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(1-x)$.

3. חקור את הפונקציה $f(x) = (\sqrt[3]{x^2} - 1)^2$.

4. חקור את הפונקציה $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - 1$.

פתרונות

(1) תחום הגדרה ורציפות: כל x , נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,1)$, אסימפטוטות: $y=0$, נקודת קיצון: $\max(0,1)$, תחום עליה: $x < 0$, תחום ירידה: $x > 0$, נקודת פיתול: $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}, \frac{1}{\sqrt{1.5}}\right), \left(-\sqrt{\frac{1}{2}}, \frac{1}{\sqrt{1.5}}\right)$, תחום קעירות: $-\sqrt{\frac{1}{2}} < x < \sqrt{\frac{1}{2}}$, תחום קמירות: $x > \sqrt{\frac{1}{2}}$.

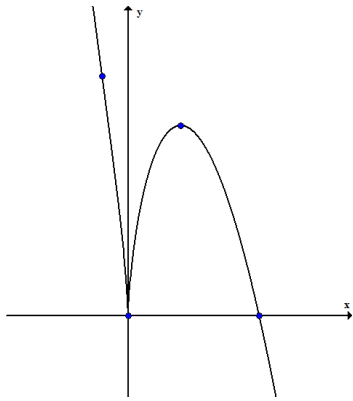
(2) תחום הגדרה ורציפות: כל x , זוגיות: לא זוגית ולא אי-זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,0), (1,0)$, אין אסימפטוטות, נקודת קיצון: $\max(2/5, 0.326), \min(0,0)$, תחום עליה: $0 < x < 2/5$, תחום ירידה: $x < 0$ או $x > 2/5$, נקודת פיתול: $(-0.2, 0.41)$, תחום קמירות: $x < -0.2$, תחום קעירות: $-0.2 < x < 0$.

או $x > 0$. (3) תחום הגדרה ורציפות: כל x , נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,1), (-1,0), (1,0)$, אין אסימפטוטות, נקודות קיצון: $\max(0,1), \min(-1,0), \min(1,0)$, תחום עליה: $-1 < x < 0$.

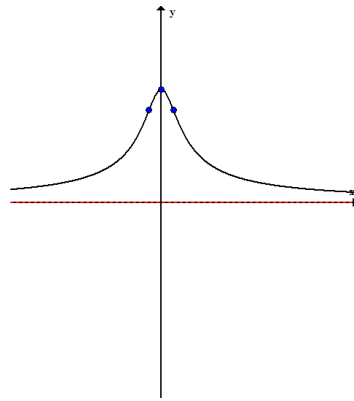
או $x > 1$, תחום ירידה: $x < -1$ או $0 < x < 1$, אין נקודות פיתול, תחום קמירות: לכל x .

(4) תחום הגדרה ורציפות: כל x , זוגיות: זוגית, נקודות חיתוך עם הצירים: $(0,-1), (1,0), (-1,0)$, אין אסימפטוטות, נקודת קיצון: $\min(0,-1)$, תחום עליה: $0 < x < 1$ או $x > 1$, תחום ירידה: $x < -1$ או $-1 < x < 0$, נקודות פיתול: $(1,0), (-1,0)$, תחום קמירות: $-1 < x < 1$, תחום קעירות: $x < -1$ או $x > 1$.

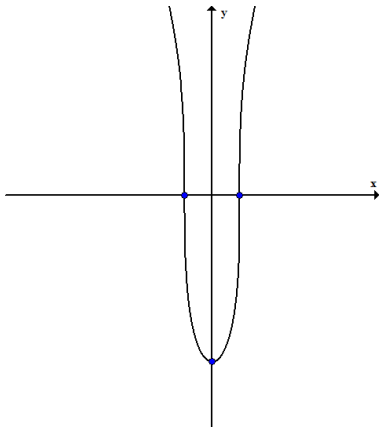
(2)



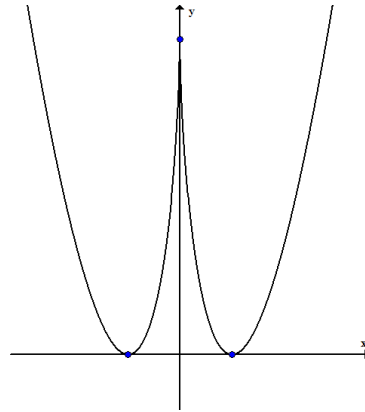
(1)



(4)



(3)



קיצון מוחלט

1. מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה הבאה בתחום הרשום לידה: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ ($-1 \leq x \leq 3$).
2. מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה הבאה:
 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$
3. מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה הבאה בתחום הרשום לידה: $f(x) = x^{2/3}(20-x)$ ($-1 \leq x \leq 20$).
4. מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה הבאה בתחום הרשום לידה: $f(x) = \begin{cases} 4x-2 & x < 1 \\ (x-2)(x-3) & x \geq 1 \end{cases}$ ($\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$).
5. מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה הבאה בתחום הרשום לידה: $f(x) = 1 + |9 - x^2|$ ($-5 \leq x \leq 1$).
6. מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה הבאה בתחום הרשום לידה: $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ ($-5 \leq x \leq -1$).
7. מצא את נקודות המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה הבאה בתחום הרשום לידה: $f(x) = x^3 - 9x + 1$ ($-\infty \leq x \leq \infty$).
8. הוכח את אי השוויון לגבי התחום הרשום בסוגריים: $x^3 e^{-7} \leq \frac{27}{3}$ (לכל x).
9. הוכח את אי השוויון לגבי התחום הרשום בסוגריים: $x e^{-\sqrt{x}} \leq 1$ ($x \geq 0$).
10. הוכח את אי השוויון לגבי התחום הרשום בסוגריים: $0 \leq x^2 e^{x-1} \leq 1$ ($x \leq 1$).

פתרונות

- 1) מקסימום מוחלט: 9, מינימום מוחלט -7 (2) מקסימום מוחלט: 3, מינימום מוחלט 0
- 3) מקסימום מוחלט: 48, מינימום מוחלט 0 (4) מקסימום מוחלט: 2, מינימום מוחלט $-\frac{1}{4}$
- 5) מקסימום מוחלט: 17, מינימום מוחלט 1 (6) מקסימום מוחלט: -4, לא קיים מינימום מוחלט (7) אין לפונקציה נקודות מקסימום ומינימום מוחלטות

פרק 11 – בעיות מינימום מקסימום כלכליות

1. יצרן מכונות כביסה מוכר 500 מכונות בשבוע במחיר של \$225 למכונה. עלות הייצור למכונת כביסה אחת היא \$125. סקר שוק מראה שעל כל הוזלה של \$5 במחיר, מספר המכונות הנמכרות בשבוע עולה ב-50.
 - א. מהו המחיר שהיצרן צריך לקבוע למכשיר על מנת להגיע לרווח מקסימלי?
 - ב. מהן ההוצאות במצב זה? האם בהכרח אלו ההוצאות המינימליות? נמק.
2. מחיר חבילת זמן אוויר בחברת סלולר הוא 100 ₪ ל-220 דקות. בסקר שוק שערכה החברה התגלה כי על כל הוזלה של 2 ₪ בתשלום, לקוחות מנצלים 10 דקות זמן אוויר נוספות. לאור תוצאות הסקר, איזו חבילה (כלומר מה המחיר שיש לקבוע ולכמה דקות) כדאי לחברה להציע ללקוחותיה כדי להגיע להכנסה מקסימלית?
3. אמן מייצר תכשיטים בעלות של 30 ₪ עבור כל תכשיט. הוא מצליח למכור 100 תכשיטים כאשר מחירם 40 ₪ לתכשיט. על כל עלייה של 2 ₪ במחיר, הוא מוכר 4 תכשיטים פחות.
 - א. מצא כמה תכשיטים האמן צריך לייצר, כדי שהרווח שלו יהיה מקסימאלי.
 - ב. באיזה מחיר ימכור האמן כל תשיט במצב זה?
 - ג. מהי עלות הייצור של האמן (עבור כל התכשיטים) במצב זה?
4. חברת "טיול נעים" משכירה אוטובוס ל-30 תיירים שכל אחד מהם משלם \$100. על כל תייר נוסף שמצטרף החברה מסכימה להוריד את התשלום לכל אחד מהתיירים ב-\$2. מה צריך להיות מספר התיירים כדי שלחברה יהיה הרווח הגדול ביותר?
5. מחיר שליחת SMS ברשת "סלקום" הוא 50 אגורות. מספר ה-SMS-ים החודשי הוא 200. על כל 5 אגורות ש"סלקום" מעלה יורד מספר ה-SMS-ים החודשי הממוצע בעשר. מצא מה צריך להיות מחיר שליחת SMS אחד כדי שהכנסתה של "סלקום" תהיה מקסימלית.
6. קולנוע "חן" מוכר כל שבוע 60 כרטיסים לסרטי תלת-מימד במחיר של 45 ₪ לכרטיס. כל הורדה של מחיר הכרטיס בחצי שקל גורמת למכירת שני כרטיסים נוספים בשבוע. מה צריך להיות מחיר הכרטיס כדי שהכנסתו של בית הקולנוע תהיה הגדולה ביותר? מצא מהי ההכנסה המקסימלית.
7. הייצור של בובת "בוב ספוג" עולה לחברת "ניקולודיאון" 25 שקלים. אם החברה מוכרת את הבובה ב-45 שקלים היא מצליחה למכור 200 מוצרים ליום. על כל חצי שקל שהחברה מורידה ממחיר הבובה היא מצליחה למכור 10 בובות נוספות ליום. מהו הרווח היומי המקסימלי של החברה?
8. חברת "אופיס דיפו" רוכשת מספר מסוים של מוצרים ב-800 ₪. 5 מהמוצרים היא מוכרת ברווח של 20% לכל מוצר ואת יתר המוצרים היא מוכרת ברווח של 2 ₪ לכל מוצר. הוכח שהרווח של החברה בעיסקה כזאת הוא לפחות 70 ₪.
9. חברת BMX מוכרת 300 זוגות אופניים במחיר של 500 ₪ לזוג אופניים. לכל x זוגות אופניים נוספים שהיא מוכרת היא מורידה את מחירם בלבד ב- $2x$ לזוג אופניים ואילו את מחירם של 300 הזוגות הראשונים היא מורידה רק ב- x שקלים לזוג אופניים. מה מספר זוגות האופניים שעל החברה למכור על מנת שהכנסתה תהיה מקסימלית?

פתרונות

1) א. 200 ₪ ב. 93750 ₪, לא בהכרח מינימלי (2) 0.5 ₪ לדקה בחבילה המקורית (3) א. 60 ב. 60
₪ ג. 1800 ₪ (4) 40 (5) 75 אגורות (6) 30 ₪, 3600 ₪ (7) 4500 ₪ (9) 350